DETEKCIJA UGAONO MODULISANIH SIGNALA

U prijemniku se mora obaviti operacija inverzna modulaciji: iz ugaono modulisanog signala potrebno je izvući originalan signal koji predstavlja poslatu poruku. Ova operacija naziva se ***detekcija*** ugaono modulisanih signala.

Pošto između frekvencijske i fazne modulacije postoji opšta veza, ono što važi za detekciju FM signala može da se primijeni i za ΦM signale:

$$\Phi D = FD + \text{integrator}$$

Detekcija FM signala obavlja se u sklopu koji se naziva ***diskriminator***. To je sklop čiji izlazni napon linearno zavisi od trenutne učestanosti ulaznog signala, pod uslovom da je amplituda ulaznog FM signala konstantna. Zbog navedenog uslova, ispred diskriminatora se postavlja ***limiter***. To je sklop koji odstranjuje promjene amplituda, i na taj način obezbjeđuje korektan rad diskriminatora.

Proces detekcije FM signala se obavlja u dvije faze:

1. Konverzija frekvencijski modulisanog signala u KAM signal.
2. Demodulacija KAM signala pomoću detektora anvelope.

Pretpostavimo da imamo FM signal:

$$u(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + \Delta\omega_0 \int m(t)\, dt\right]$$

Na izlazu iz diskriminatora se dobija:

$$\omega_i = \omega_0 + \Delta\omega_0 \cdot m(t) = \omega_0 + k_\omega u_m(t)$$

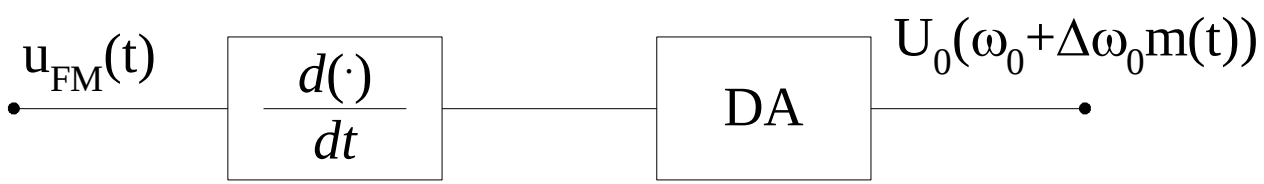
Diferenciranjem FM signala dobija se:

$$\frac{du(t)}{dt} = -U_0\left(\omega_0 + \Delta\omega_0 m(t)\right)\sin\left(\omega_0 t + \Delta\omega_0 \int m(t) dt\right)$$

Signal poruke je sadržan i u amplitudi i u fazi, pa je riječ o hibridno modulisanom signalu. Ako dobijeni signal propustimo kroz detektor anvelope, dobija se:

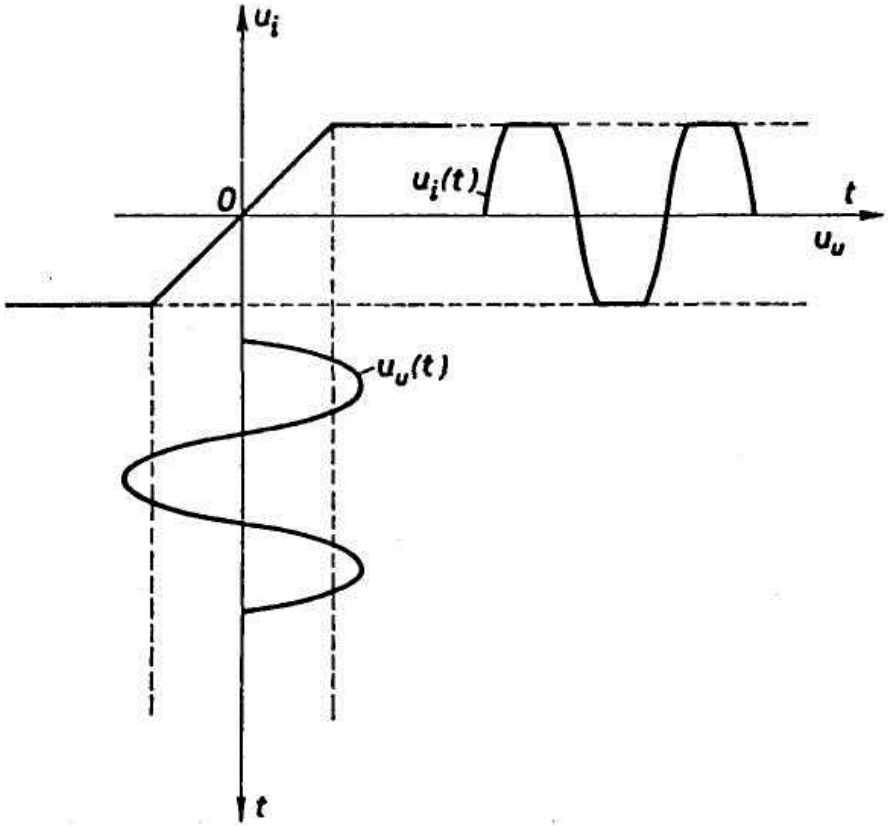
$$u_i(t) = U_0\left(\omega_0 + \Delta\omega_0 m(t)\right)$$

Blok šema diskriminatora je:



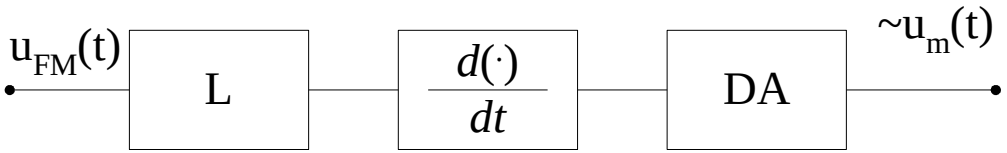
Uslov da detekcija bude dobra jeste da amplituda ulaznog FM signala bude konstantna. Ako to nije ispunjeno, dobijeni signal na izlazu diskriminatora mijenjaće se sa promjenama te amplitude. Da bi se eliminisala ta parazitna amplitudska modulacija, ispred diskriminatora se uvijek postavlja sklop čiji je zadatak da štetne varijacije amplitude FM signala učini što manjim. Takav sklop naziva se ***limiter*** ili ***ograničavač*** amplituda.

Limiter je nelinearan sklop čija je karakteristika na slici:

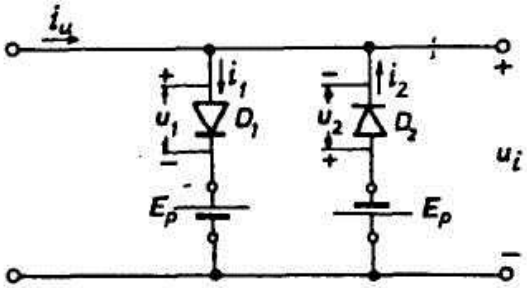


Slika: Idealna karakteristika limitera

Kompletna blok šema sklopa za detekciju će biti:



Sa L je označen limiter koji se može realizovati kao paralelna veza dvije obrnute poluprovodničke diode:



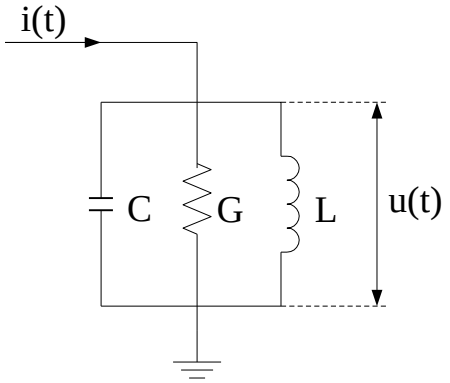
Slika: Šema limitera

U opštem slučaju, diskriminatore možemo podijeliti u dvije grupe:

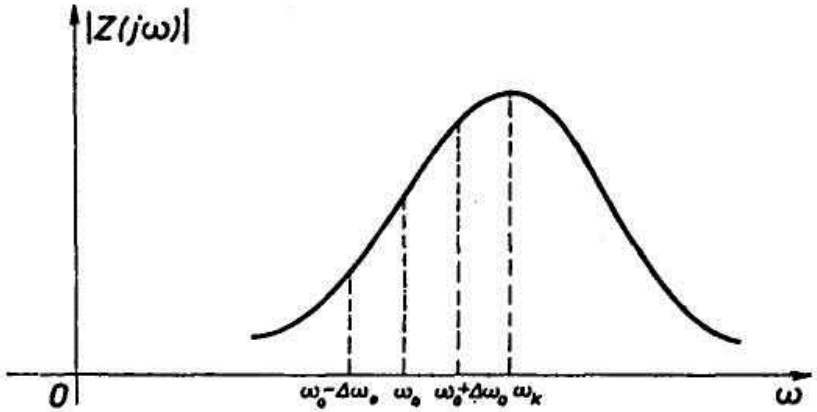
1. Tradicionalni diskriminatori- konverzija FM u KAM signal (diferenciranje) se ostvaruje pomoću oscilatornih kola
2. Moderni diskriminatori- konverzija FM u KAM signal (diferenciranje) se ostvaruje pomoću kola realizovanih u integrisanoj tehnologiji.

1. Tradicionalni diskriminatori

- FM diskriminatori sa oscilatornim kolom



Slika: Oscilatorno kolo koje služi za konverziju FM signala u AM signale



Slika: Zavisnost modula impedanse oscilatornog kola od učestanosti

amplitudsko-frekvencijska karakteristika sklopa sa slike je na jednom svom dijelu linearna. Parametre kola treba podesiti tako da je ona linearna u okolini učestanosti nosioca $\omega=\omega_0$, i da oblast linearnosti bude dovoljno velika kako bi se sve vrijednosti učestanosti nalazile unutar nje.

$$\left|Z(j\omega)\right| = \frac{\left|U(j\omega)\right|}{\left|I(j\omega)\right|} = \frac{\frac{1}{G}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}\right)^2}}$$

$$\delta\omega = \omega - \omega_0$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0 \pm \delta$$

Da bi se ispunio uslov linearnosti, mora da je:

$$\delta\omega << \omega_0$$

$$\delta << \omega_0$$

Odnosno, rezonantna učestanost i učestanost nosioca su bliske. Tada je:

$$\left|Z(j\omega)\right| \approx \frac{\frac{1}{G}}{\sqrt{1+4\left(\frac{C}{G}\right)^2(\delta-\delta\omega)^2}}$$

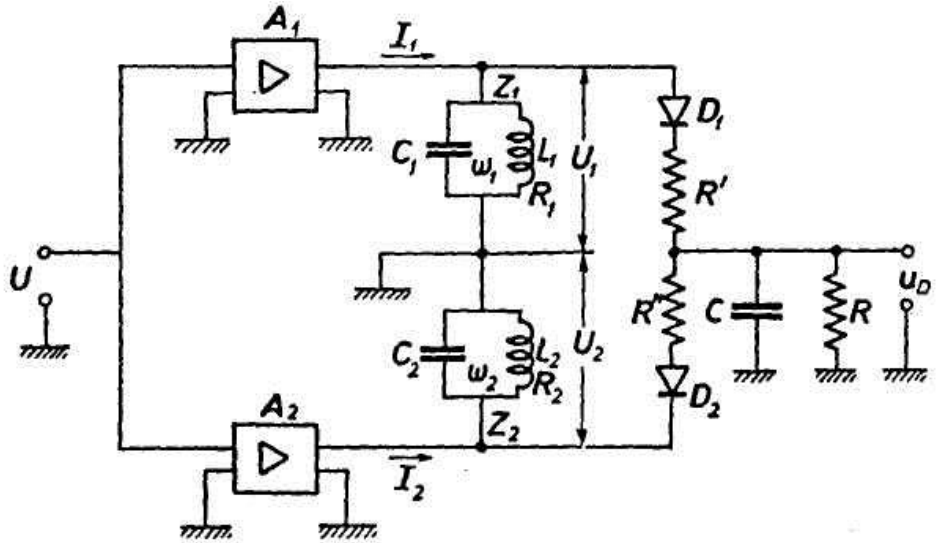
Pretpostavimo da je $\delta >> \delta\omega$, što je neophodno za rad na linearnom dijelu karakteristike. Označimo sa α=G/2C, δ<<α, tada je:

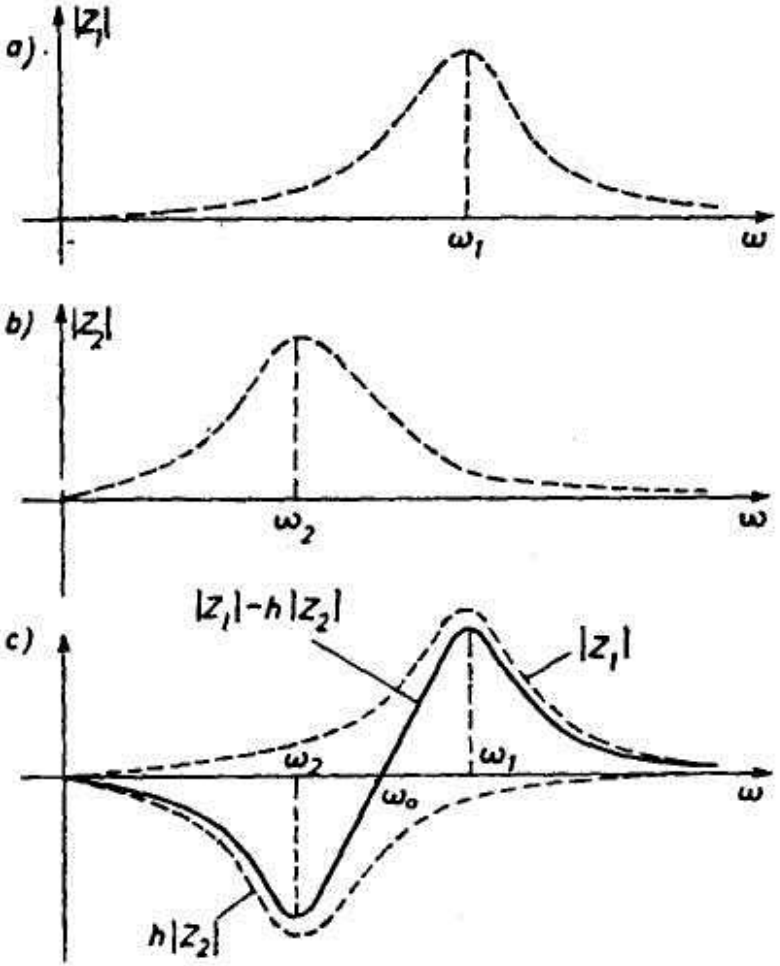
$$|Z(j\omega)| \approx \frac{1}{G}\left[\left(1-\frac{\delta^2}{2\alpha^2}\right)+\frac{\delta}{\alpha^2}\delta\omega\right]$$

$$|U(j\omega)| = |Z(j\omega)||I(j\omega)| \approx \frac{1}{G}|I(j\omega)|\left[\left(1-\frac{\delta^2}{2\alpha^2}\right)+\frac{\delta}{\alpha^2}\delta\omega\right]$$

Na izlazu iz oscilatornog kola se dobija signal koji je direktno srazmjeran δω. Ako je amplituda ulaznog signala |I(jω)| konstantna, obezbijeđen je KAM signal koji se dalje propušta kroz detektor anvelope.

- Balansni diskriminator sa dva oscilatorna kola





Dva oscilatorna kola su izbalansirana, podešena su tako da je rezonantna učestanost jednog $\omega_1=\omega_0+\delta$, a drugog $\omega_2=\omega_0-\delta$. Zbirna prenosna karakteristika je takva da je linearna oblast znatno veća nego u slučaju kada imamo samo jedno oscilatorno kolo.

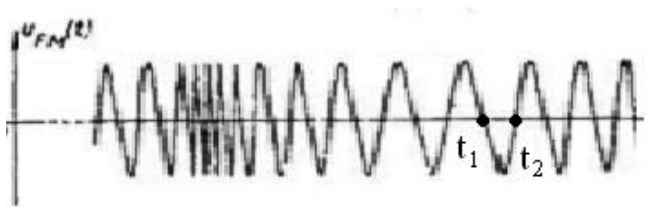
$$|U_D(j\omega)| = |U(j\omega)||H(j\omega)| = |U(j\omega)|\left[|H(j\omega)|_{\omega_0+\delta} - |H(j\omega)|_{\omega_0-\delta}\right] =$$

$$|U(j\omega)||H(j\omega)| = |U(j\omega)|\frac{2\delta}{G\alpha^2}\delta\omega \sim u_m(t)$$

2. Moderni diskriminatori

- Detektor presjeka sa nulom

$$u_{FM}(t) = U_0 \cos\left(\omega_0 t + k_\omega \int u_m(t)dt\right)$$



t_1 i t_2 su trenuci presjeka FM signala sa nulom. U tim trenucima faze su:

$$\varphi(t_1) = \omega_0 t_1 + k_\omega \int_{t_0}^{t_1} u_m(t)dt$$

$$\varphi(t_2) = \omega_0 t_2 + k_\omega \int_{t_0}^{t_2} u_m(t)dt$$

$$\varphi(t_2) - \varphi(t_1) = \pi$$

$$\omega_0(t_2 - t_1) + k_\omega \int_{t_1}^{t_2} u_m(t)dt = \pi$$

Kako je uvijek $f_0 >> f_m$, to se u naznačenom intervalu u_m(t) malo mijenja.

$$u_m(t) \approx const.$$

$$\omega_0(t_2 - t_1) + k_\omega u_m(t_1)(t_2 - t_1) = \pi$$

$$(\omega_0 + k_\omega u_m(t_1))(t_2 - t_1) = \omega_i(t_2 - t_1) = \pi$$

$$\omega_i = \frac{\pi}{(t_2 - t_1)}, \; f_i \approx \frac{1}{2(t_2 - t_1)}$$

Trenutna učestanost se može odrediti na osnovu poznavanja trenutaka kada funkcija ima vrijednost 0.

Interval u kome brojimo nule mora da bude dovoljno veliki da obuhvati dovoljan broj nula (n), ali i dovoljno mali kako bi se u_m(t) unutar njega sporo mijenjala.

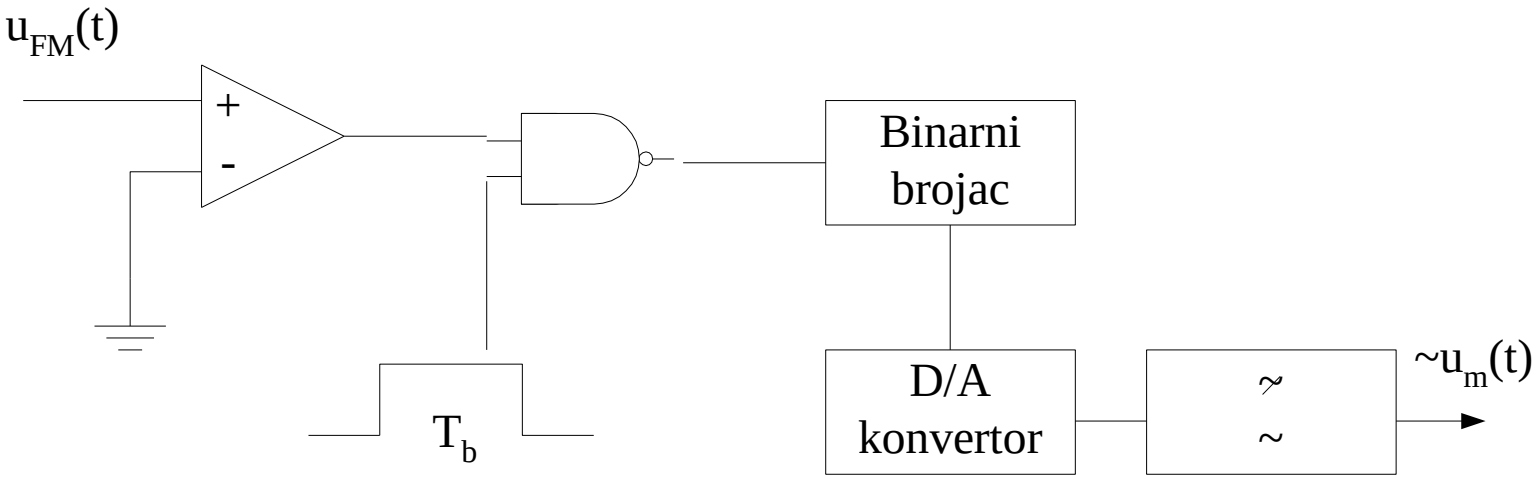
$$\frac{1}{f_0} < T_b << \frac{1}{f_m}$$

$$n \approx \frac{T_b}{t_2 - t_1} = \frac{T_b}{\frac{\pi}{\omega_i}} = \frac{T_b}{\pi}\omega_0 + \frac{T_b}{\pi}k_\omega u_m(t)$$

$$n = n_0 + Ku_m(t)$$

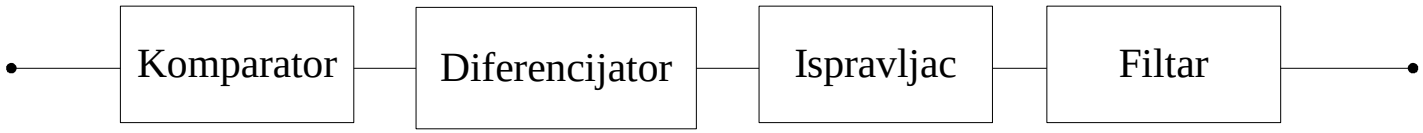
$$\delta n = n - n_0 = Ku_m(t)$$

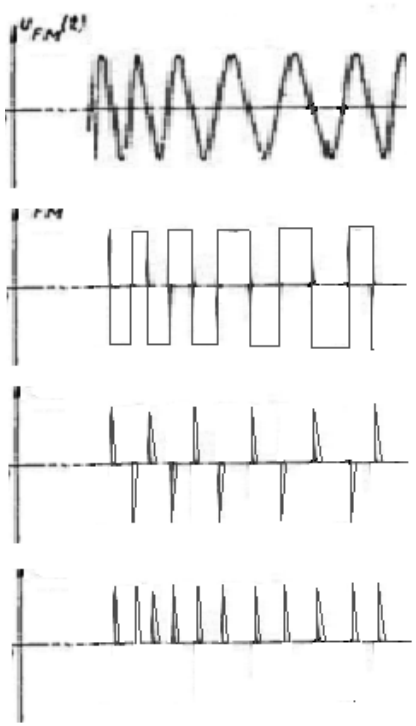
Jedan način realizacije je na slici:



Komparator na izlazu daje pravougaonu povorku koja mijenja polaritet svaki put kad signal prođe kroz nulu. Logička kapija se otvara u intervalu brojanja, pa binarni brojač daje broj presjeka sa nulom. U D/A konvertoru se vrši konverzija cifre u odgovarajuću analognu veličinu.

Drugi način je:





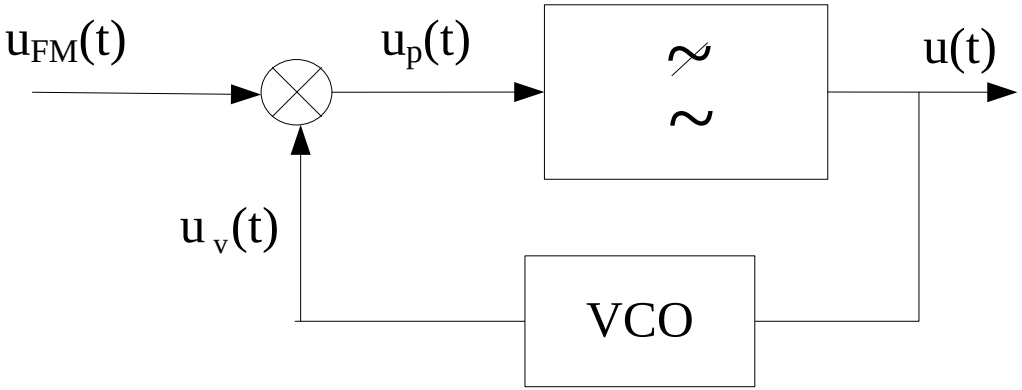
FM signal

Signal na izlazu iz komparatora

Signal na izlazu iz diferencijatora

Signal na izlazu iz ispravljača

- FM detektor sa sinfaznom petljom (PLL detektor)



Ovo je sistem sa pozitivnom povratnom spregom, sa naponski kontrolisanim oscilatorom (VCO) u povratnoj grani.

u_p(t) je signal proporcionalan faznoj razlici FM signala na ulazu i signala na izlazu iz VCO.

Kada se trenutna faza u_{FM}(t) i u_{v}(t) izjednače, tada su ova dva signala ista:

$$u_{FM}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_1(t))$$
$$\varphi_1(t) = k_\omega \int u_m(t) dt$$
$$u_v(t) = U_v \sin(\omega_0 t + \varphi_2(t))$$
$$u_p(t) = K u_{FM}(t) u_v(t)$$

$$u_p(t)=\frac{1}{2}KU_0U_v\left[\sin\left(\varphi_2(t)-\varphi_1(t)\right)+\sin\left(2\omega_0 t+\varphi_1(t)+\varphi_2(t)\right)\right]$$

Prolaskom kroz NF filtar dobija se:

$$u(t)=\frac{1}{2}KU_0U_v\sin\left(\varphi_2(t)-\varphi_1(t)\right)$$

Kada su faze približno jednake:

$$\varphi_2(t)\approx\varphi_1(t)$$

$$u(t)=\frac{1}{2}KU_0U_v\left(\varphi_2(t)-\varphi_1(t)\right)$$

Ovaj signal dolazi na ulaz VCO.

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt}=k_\omega u_m(t)$$

$$\varphi_2(t)=k_0\int u(t)dt,\ \frac{d\varphi_2(t)}{dt}=k_0u(t)$$

$$u(t)=\frac{1}{2}KU_0U_v\left[k_0\int u(t)dt-\varphi_1(t)\right]\Big/\frac{d(\cdot)}{dt}$$

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt}=k_0\left[-\frac{2\frac{du(t)}{dt}}{k_0KU_0U_v}+u(t)\right]$$

Ako pretpostavimo da je učestanost signala u(t) znatno manja od k_0K:

$$\frac{\frac{du(t)}{dt}}{k_0K} << 1 \Rightarrow \frac{d\varphi_1(t)}{dt} \approx k_0 u(t)$$

S obzirom na relaciju:

$$\frac{d\varphi_1(t)}{dt} = k_\omega u_m(t)$$

$$\Rightarrow u(t) \cong \frac{k_\omega}{k_0} u_m(t)$$

Izlazni signal je srazmjeran modulišućem signalu.

SLUČAJNI ŠUM TELEKOMUNIKACIONIH SISTEMA

- Šum je neizbježna slučajna pojava koja utiče na prenošeni signal, superponira se signalu poruke, te na taj način mijenja njegove vrijednosti i oblik.

- Šum je slučajna elektromagnetna pojava koja se javlja u svim sistemima i manifestuje se na različite načine. Npr. neželjeni i nepravilni zvučni efekti u slušalici; slučajna svjetlucanja na televizijskom ekranu; greške nastale pri prenosu podataka prouzrokovane su šumom;

- Šum kao pojava u prenosu signala ima veliki značaj, jer maskiranje signala šumom i greške koje on izaziva su stalno prisutni faktori koji degradiraju kvalitet veza i ograničavaju njihov domet.

Veliki je broj uzroka zbog kojih dolazi do pojave šuma, pa je saglasno tome napravljena i klasifikacija šumova različitog porijekla:

- šum ambijenta - šum koji postoji u prostoriji korespondenta i koji se transformacijom preko mikrofona prenosi u sistem
- šum mikrofona - potiče od neregularnih struja koje protiču kroz mikrofon i kad nema signala
- termički šum - vodi porijeklo od nepravilnog kretanja elektrona u provodnicima usled toplotnih efekata; javlja se u ***svim*** komunikacionim sistemima
- šum izazvan nelinearnim izobličenjima složenih signala
- šum nastao zbog linearnog preslušavanja iz niza kanala u jedan posmatrani kanal
- atmosferski šum - izazvan prirodnim pražnjenjima u atmosferi
- čovjekom izazvan šum - nastaje zbog varničenja i pražnjenja u električnim uređajima i postrojenjima itd.

PRIRODA TERMIČKOG ŠUMA I NJEGOVE MANIFESTACIJE

Termički šum predstavlja pojavu koja je svojstvena svim sistemima čija je apsolutna temperatura T veća od 0°K.

Po svojoj prirodi, termički šum predstavlja ogroman skup pojedinačnih slučajnih događaja, ali u njemu mogu da se pronađu izvjesne statističke regularnosti koje su od velikog značaja u proučavanju problema prenosa signala.

Jedan od parametara koji, u statističkom smislu, može dovoljno dobro opisati ovaj šum je njegova srednja snaga, tj. spektralna gustina srednje snage šuma.

SPEKTRALNA GUSTINA SREDNJE SNAGE TERMIČKOG ŠUMA

Spektralna gustina srednje snage termičkog šuma (bijelog aditivnog Gausovog) je data izrazom:

$$p_N(f) = p_N = kT = const.$$

k - Bolcmanova konstanta k=1,38 10^{-23} J/K

T – apsolutna temperatura (u K)

Srednja snaga termičkog šuma u nekom opsegu učestanosti može se jednostavno odrediti:

$$\overline{P_N} = \int_{f_N}^{f_V} p_N(f)df = kT(f_V - f_N) = kTB$$

Srednja snaga termičkog šuma na konstantnoj temperaturi T zavisi samo od širine opsega B, a ne od učestanosti na kojoj se on nalazi.

Pošto je spektralna gustina konstantna, za ovakav termički šum se kaže da je ravnomjerno raspodijeljen u spektru i često se naziva ***ravnim*** ili ***bijelim*** šumom, jer i bijelu svjetlost karakteriše uniformna raspodjela u vidljivom dijelu spektra.

RASPODJELA AMPLITUDA TERMIČKOG ŠUMA

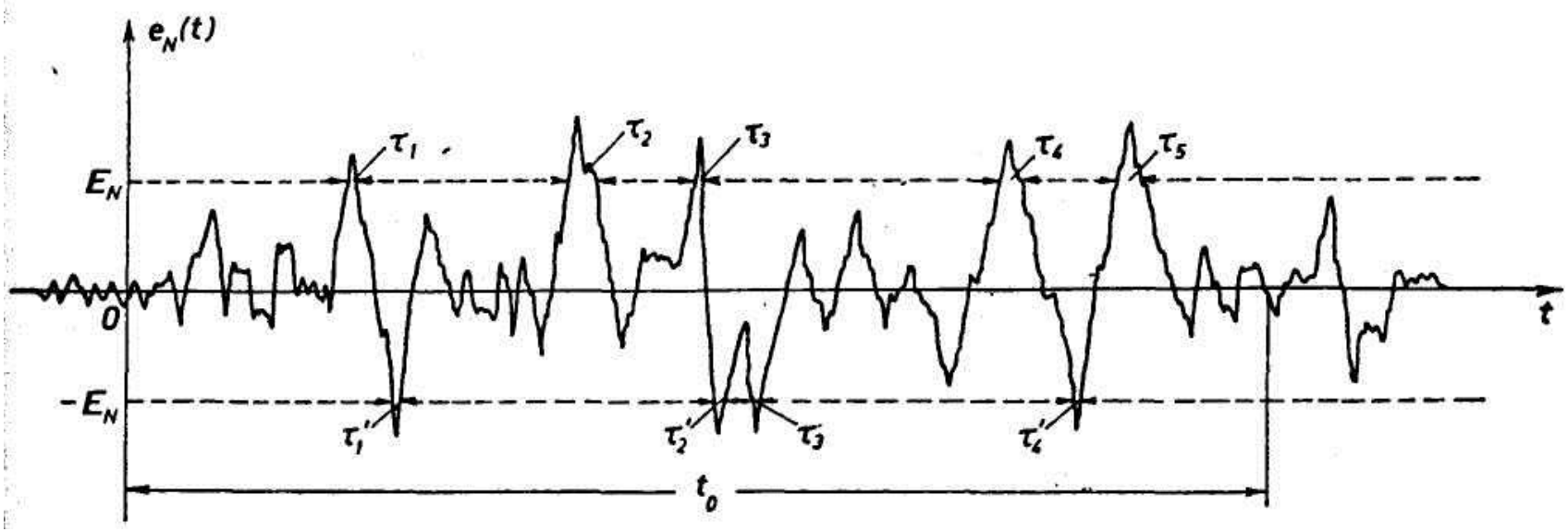
Pomoću spektralne gustine srednje snage termičkog šuma lako može da se izračuna srednja snaga šuma u nekom određenom opsegu učestanosti. Na taj način spektralna gustina, odnosno srednja snaga, karakteriše šum kao slučajnu pojavu, ***u prosjeku,*** u jednom dugom intervalu vremena.

Takav podatak je od značaja, ali ne kazuje ništa o trenutnim vrijednostima slučajne vremenske funkcije koja opisuje šum (postoji veliki broj različitih vremenskih talasnih oblika koji imaju istu srednju snagu).

Potrebno je opisati funkciju šuma i u vremenskom domenu. To je moguće samo na osnovu ***statističkog pristupa*** problemu pomoću kojeg se može procijeniti kakva je raspodjela trenutnih vrijednosti šuma u jednom dugom vremenskom intervalu.

U suštini, ne može se ništa reći o trenutnoj vrijednosti šuma u nekom trenutku (to je osnovna osobina slučajnih funkcija), ali se može reći da je vjerovatnoća da će u nekom dijelu jednog dugog vremenskog intervala amplituda šuma biti veća od neke unaprijed specificirane vrijednosti.

Pretpostavimo da funkcija e_N(t) sa slike predstavlja vremensku funkciju koja opisuje neki slučajan proces. Neka je t_0 interval u kome se analizira funkcija relativno dug.



Slika: Vremenska funkcija slučajnog procesa

Označimo sa e_N bilo koju trenutnu vrijednost funkcije e_N(t). Tada e_N predstavlja slučajnu promjenljivu u skupu koji obrazuju trenutne vrijednosti ove funkcije iz intervala t_0.

Dio posmatranog vremena t_0 u kome je trenutna vrijednost $e_N > E_N$, E_N je neka unaprijed specificirana vrijednost, je:

$$\tau = \sum_{i=1}^{n} \tau_i = \tau_1 + \tau_2 + \ldots + \tau_n$$

Vjerovatnoća da trenutna vrijednost šuma bude veća ili jednaka nekoj unaprijed specificiranoj vrijednosti je:

$$P(e_N \geq E_N) = \frac{\tau}{t_0}$$

Odnosno, vjerovatnoća da amplituda šuma bude manja od neke unaprijed specificirane vrijednosti je:

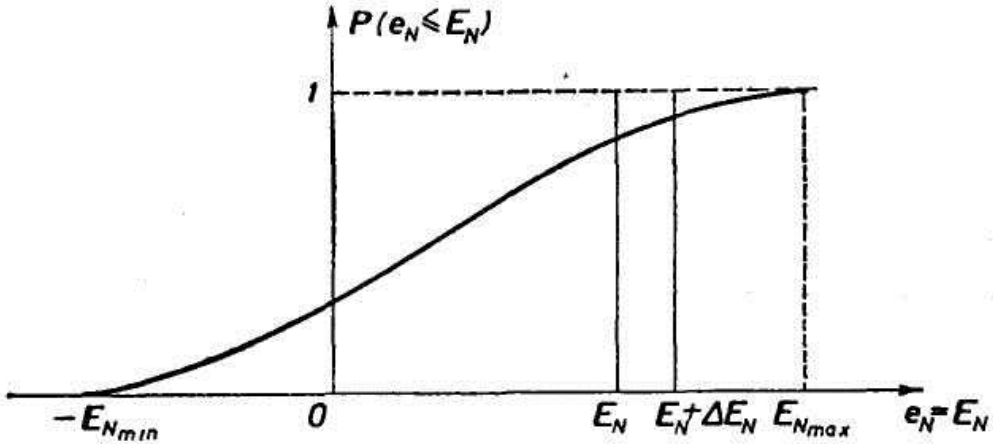
$$P(e_N < E_N) = 1 - \frac{\tau}{t_0} = \frac{t_0 - \tau}{t_0}$$

Specificirajući čitav niz vrijednosti E_N, $E_N = E_{N1}$, E_{N2} ..., moguće je pronaći njima odgovarajuće vrijednosti $P(e_N \leq E_{N1})$, $P(e_N \leq E_{N2})$ itd.

Dijagram koji predstavlja zavisnost $P(e_N \leq E_N)$ od neke specificirane vrijednosti $e_N = E_N$, je kriva na slici.

E_{Nmax}- maksimalna vrijednost e_N u intervalu t_0,

-E_{Nmin}- minimalna vrijednost e_N u intervalu t_0

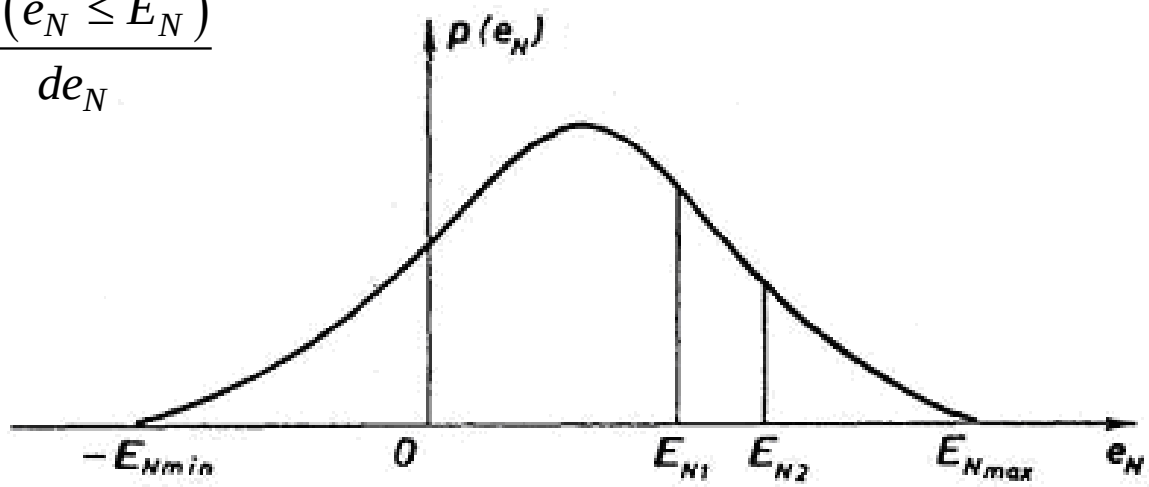


Slika: Funkcija raspodjele vjerovatnoće

Dobijena kriva koja predstavlja relativan iznos vremena u kome je $e_N \leq E_N$ naziva se ***kriva raspodjele funkcije*** $e_N(t)$, a veličina $P(e_N \leq E_N)$ ***funkcija raspodjele***.

Strmina krive raspodjele amplituda se zove ***funkcija gustine vjerovatnoće amplituda*** $e_N(t)$:

$$p(e_N) = \frac{dP(e_N \leq E_N)}{de_N}$$



Slika: Funkcija gustine vjerovatnoće

Vjerovatnoća da se trenutna vrijednost šuma e_N nalazi između vrijednosti E_{N1} i E_{N2} je:

$$P(E_{N1} \leq e_N \leq E_{N2}) = \int_{E_{N1}}^{E_{N2}} p(e_N) de_N$$

Važi:

$$P(-E_{N\min} \leq e_N \leq E_{N\max}) = \int_{-E_{N\min}}^{E_{N\max}} p(e_N) de_N = 1$$

Srednja vrijednost napona termičkog šuma e_N(t) je:

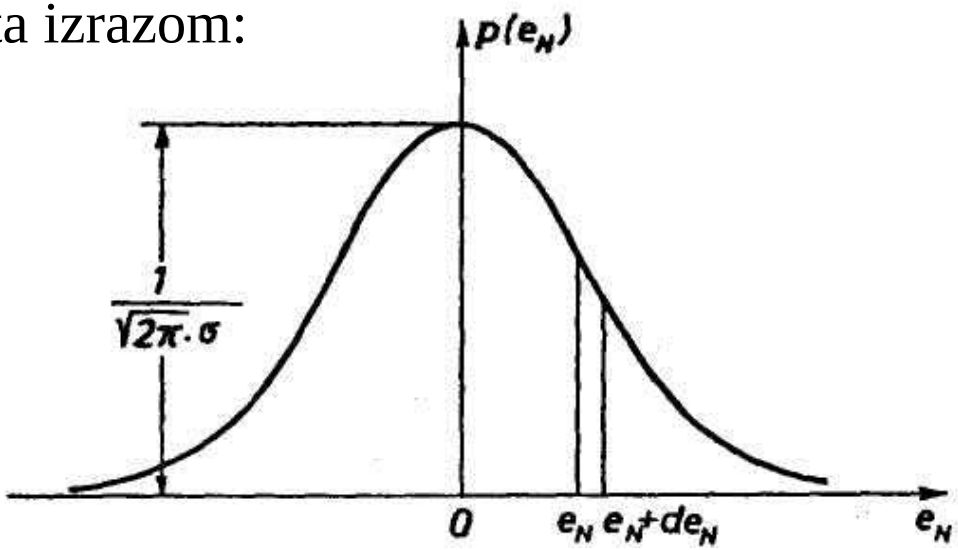
$$\overline{e_N(t)} = \overline{e_N} = \lim_{t_0 \to \infty} \frac{1}{2t_0} \int_{-t_0}^{t_0} e_N(t)dt = 0$$

Ovakav zaključak je donijet intuitivno. Ako bi srednja vrijednost napona termičkog šuma bila različita od nule, tada bi voltmetar vezan za bilo koji uređaj u izolovanom sistemu pokazivao neku vrijednost različitu od nule, što nije moguće.

Razni eksperimenti su pokazali da funkcija raspodjele amplituda slijedi ***Gauss-ov*** ili ***normalni zakon raspodjele amplituda***.

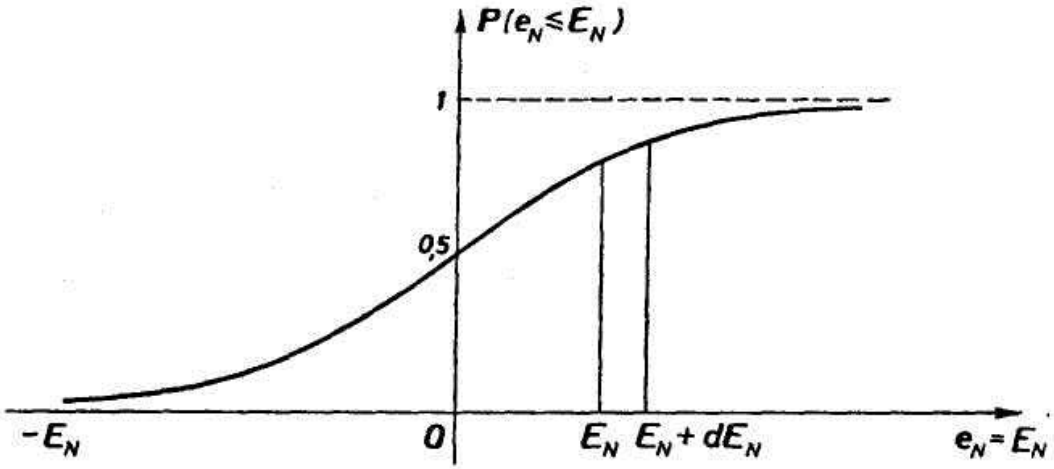
Funkcija gustine vjerovatnoće je data izrazom:

$$p(e_N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{e_N^2}{2\sigma^2}}$$



Slika: Gaussova funkcija gustine vjerovatnoće

Odgovarajuća funkcija raspodjele je:



Slika: Gaussova funkcija raspodjele vjerovatnoće

U izrazu za $p(e_N)$ je:
σ =const. – standardna devijacija

$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2}$ - srednje kvadratno odstupanje slučajno promjenjive e_N od svoje srednje vrijednosti; varijansa

$$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e_N - \overline{e_N}\right)^2 p(e_N) de_N =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} e_N{}^2 p(e_N) de_N - 2\overline{e_N} \int_{-\infty}^{\infty} e_N p(e_N) de_N + \overline{e_N}^2 \int_{-\infty}^{\infty} p(e_N) de_N$$

- prvi integral predstavlja po definiciji srednju kvadratnu vrijednost slučajne promenljive;
- drugi integral jednak je srednjoj vrijednosti slučajne promenljive;
- treći integral je jednak 1

$$\sigma^2 = \overline{\left(e_N - \overline{e_N}\right)^2} = \overline{e_N^2} - 2\overline{e_N}\,\overline{e_N} + \overline{e_N}^{\,2} = \overline{e_N^2} - \overline{e_N}^{\,2}$$

$$\overline{e_N} = 0 \Rightarrow \sigma^2 = \overline{e_N^2} = E_{Neff}^2$$

• ***Centralna granična teorema***

Raspodjela vjerovatnoće sume velikog broja nezavisnih slučajnih veličina, od kojih svaka može imati bilo kakvu sopstvenu raspodjelu, teži Gausovoj raspodjeli.

$$P\left(\left|e_N\right| \le E_N\right) = P\left(-E_N \le e_N \le E_N\right) = \int_{-E_N}^{E_N} p\left(e_N\right) de_N = 2\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_0^{E_N} e^{-\frac{e_N^2}{2\sigma^2}} de_N$$

Integral tipa:

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-t^2}dt = erfx$$

erf*x* je ***funkcija greške***. Konačno je:

$$P\left(\left|e_N\right| \le E_N\right) = P\left(-E_N \le e_N \le E_N\right) = erf\,\frac{E_N}{\sqrt{2}\sigma}$$

Tražena vjerovatnoća (procenat vremena u kome je $|e_N| \ge E_N$) je:

$$P\left(\left|e_N\right| \ge E_N\right) = 1 - P\left(\left|e_N\right| \le E_N\right) = 1 - erf\,\frac{E_N}{\sqrt{2}\sigma} = 1 - erf\,\frac{E_N}{\sqrt{2}E_{Neff}} = erfc\,\frac{E_N}{\sqrt{2}E_{Neff}}$$

Procenat vremena u kome je amplituda napona termičkog šuma veća od efektivne vrijednosti napona šuma je:

$$P\left(\left|e_N\right| \ge E_{Neff}\right) = 1 - erf\,\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 - 0,68 = 0,32$$

APROKSIMACIJA GAUSOVOG ŠUMA SUMOM KONAČNOG BROJA SINUSOIDA

Za potrebe analize, kao i za razna mjerenja, moguće je da se uz određene uslove bijeli Gausov šum aproksimira u statističkom smislu sumom konačnog broja sinusoida:

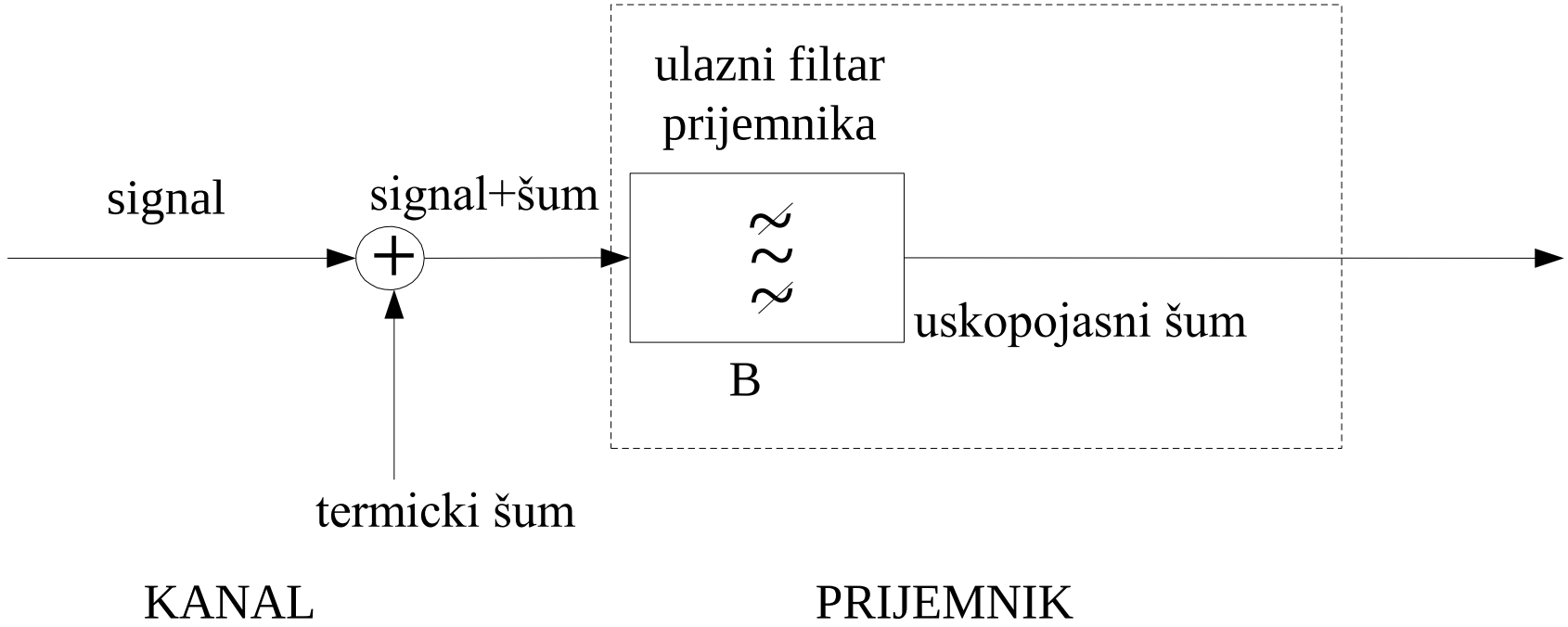
$$e_N(t) = \sum_{i=1}^{m} E_i \cos(\omega_i t + \varphi_i)$$

Riječ je o aproksimaciji Gausovog šuma u jednom konačnom opsegu učestanosti $B=f_V-f_N$. Dva podatka karakterišu termički šum u statističkom smislu: spektralna gustina srednje snage šuma ($p_N=kT$ – karakteriše šum u frekvencijskom domenu) i vršni faktor ν_ε (karakteriše šum u vremenskom domenu). Suma sinusoida treba da bude takva da aproksimira ova dva podatka.

- Ako se uzme m sinusoidalnih komponenata čije se učestanosti f_i nalaze na jednakim rastojanjima u spektru od f_N do f_V, i ako sve one imaju jednake amplitude $E_i=E$, takve da je njihova ukupna snaga jednaka kTB, onda može da se prihvati da one u frekvencijskom domenu aproksimiraju bijeli Gausov šum.
- Za karakteristiku koja se odnosi na aproksimaciju u vremenskom domenu, pretpostavlja se da svaka od m sinusoida ima slučajnu fazu φ_i.

USKOPOJASNI SLUČAJNI ŠUM

Svi signali posle modulacije mogu se smatrati signalima čiji se spektar praktično nalazi u jednom konačnom opsegu učestanosti u okolini neke centralne učestanosti f_0. Svi telekomunikacioni sistemi ili njihovi sklopovi kroz koje se prenose ovakvi signali predstavljaju ***propusnike opsega učestanosti*** (izlazni filtar u predajniku, ulazni filtar u prijemniku, međufrekvencijski pojačavači...). Tokom prenosa i na ulazu u prijemnik, prenošenim signalima superponira se slučajan šum. Njegov spektar je mnogo širi od spektra korisnog signala. Zato je i osnovni zadatak prijemnog filtra da propusti signal i samo onoliko šuma koliko to diktira širina spektra signala. Pošto je širina tog spektra (širina propusnog opsega) relativno mala u odnosu na centralnu učestanost f_0, šum koji prođe kroz ovakve propusnike opsega naziva se ***uskopojasni šum***.
Ovakav šum je potrebno analitički opisati i odrediti neke njegove statističke karakteristike.



Prijemni filtar je podešen širini spektra signala, tako da on propušta signal, a ograničava šum.

Neka slučajna vremenska funkcija n(t) opisuje neki uskopojasni šum i neka se njegov spektar nalazi u opsegu učestanosti f_0-f_m do f_0+f_m. Taj slučajan proces se može opisati izrazom:

$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_0 t + n_s(t)\sin\omega_0 t$$

n_c(t) i n_s(t) su slučajni procesi sporo promjenljivog karaktera i nazivaju se ***komponente šuma u kvadraturi***. Njihov spektar je ograničen i nalazi se u opsegu učestanosti od 0 do f_m. Srednje kvadratne vrijednosti šuma i njegovih komponenti su međusobno jednake, tj:

$$\overline{n^2(t)} = \overline{n_c^2(t)} = \overline{n_s^2(t)}$$

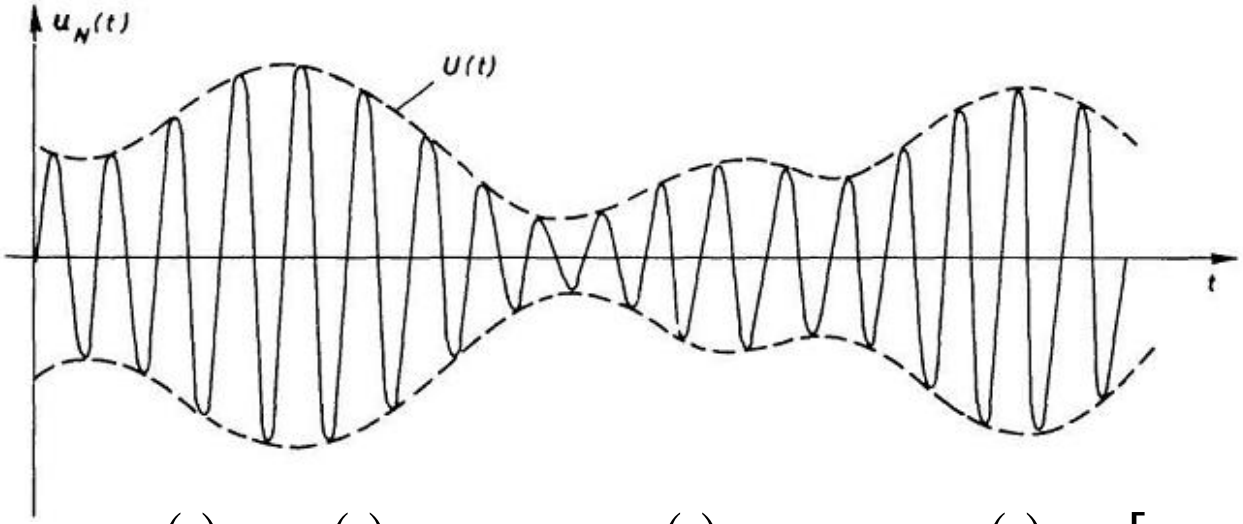
Snage komponenata su međusobno jednake i jednake snazi šuma.

✓ Zaključak:

- šum n(t) kao slučajan proces uskopojasnog karaktera ima srednju vrijednost jednaku nuli
- ako n(t) predstavlja stacionaran slučajan Gaussov proces čija je srednja vrijednost nula, onda će n_c(t) i n_s(t) biti takođe Gaussovi slučajni procesi koji su međusobno nezavisni, varijanse su im jednake i jednake su varijansi šuma koji predstavljaju, a njihove srednje vrijednosti jednake nuli.

STATISTIČKE KARAKTERISTIKE USKOPOJASNOG ŠUMA

Kada se slučajan šum propusti kroz filtar propusnik opsega učestanosti čija je širina propusnog opsega $B=2f_m<<f_0$, na izlazu se dobija šum koji možemo predstaviti kao kosinusoidu promjenjive anvelope i faze, kao na slici.



$$n(t) = n_c(t)\cos\omega_0 t + n_s(t)\sin\omega_0 t = U(t)\cos[\omega_0 t - \psi(t)] = u_N(t)$$

$$U(t) = \sqrt{n_c^2(t) + n_s^2(t)}$$

$$\psi(t) = arctg\,\frac{n_s(t)}{n_c(t)}$$

Slučajni procesi $n_c(t)$ i $n_s(t)$ su Gaussovi slučajni procesi čije su funkcije gustine vjerovatnoće:

$$p(n_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_c^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(n_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{n_s^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma_{n_s}^2 = \overline{n_s^2(t)} = \sigma_{n_c}^2 = \overline{n_c^2(t)} = \sigma^2 = \overline{n^2(t)}$$

Kako su slučajne promjenljive n_c i n_s nezavisne, združena funkcija gustine vjerovatnoće odrediti na sledeći način:

$$p_{cs}(n_c, n_s) = p(n_c)p(n_s) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{n_c^2+n_s^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}}$$

Moguće je naći funkciju združene gustine vjerovatnoće dvije slučajne promjenljive koje predstavljaju amplitudu i fazu $q(U, \psi)$.
Vjerovatnoća da se amplituda komponente $n_c(t)$ nalazi između n_c i n_c+dn_c i amplituda komponente $n_s(t)$ između n_s i n_s+dn_s jednaka je vjerovatnoći da se amplituda anvelope U(t) nalazi između U i U+dU a faza $\psi(t)$ između ψ i $\psi+d\psi$:

$$p_{cs}\left(n_c, n_s\right) dn_c dn_s = q\left(U, \psi\right) dU d\psi$$

$$n_c = U \cos\psi$$

$$n_s = U \sin\psi$$

n_c i n_s predstavljaju koordinate pravougaonog koordinatnog sistema, dok U i ψ odgovaraju koordinatama u polarnom sistemu. Izjednačavajući elementarnu površinu u jednom i drugom sistemu dobija se:

$$dn_c dn_s = U dU d\psi \Rightarrow$$

$$q(U, \psi) = \begin{cases} \dfrac{U}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U \geq 0 \text{ i } 0 \leq \psi \leq 2\pi \\ 0 & \text{van navedenih granica} \end{cases}$$

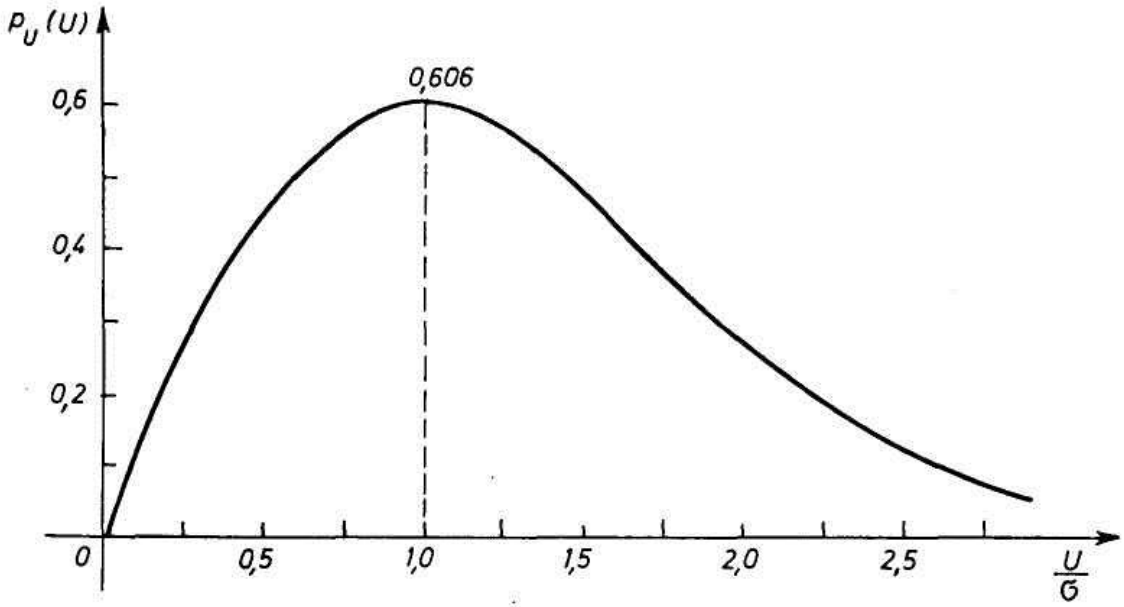
Na osnovu ovog izraza mogu lako da se odrede funkcije gustine vjerovatnoće amplitude anvelope U i faze ψ:

$$p_U(U) = \int_0^{2\pi} q(U,\psi)d\psi; \quad p_\psi(\psi) = \int_0^{\infty} q(U,\psi)dU$$

$$p_U(U) = \begin{cases} \dfrac{U}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} & U \geq 0 \\ 0 & U < 0 \end{cases}$$

$$p_\psi(\psi) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} & 0 \leq \psi \leq 2\pi \\ 0 & \text{ostalo} \end{cases}$$

Funkcija gustine vjerovatnoće p_U(U) karakteriše *Rayleighevu raspodjelu* i prikazana je na slici:

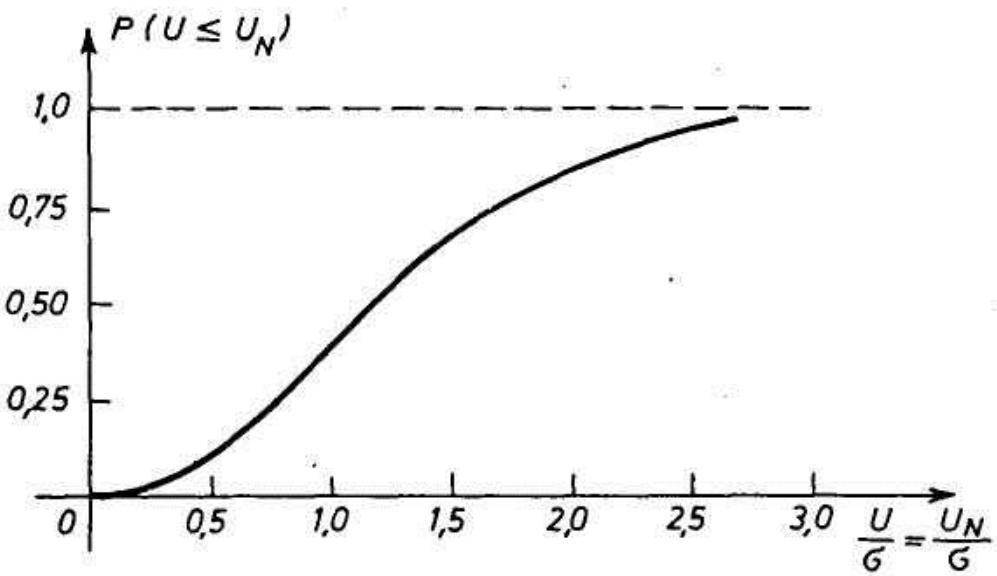


Slika: Rayleigheva funkcija gustine vjerovatnoće

Vjerovatnoća da amplituda anvelope uskopojasnog šuma bude manja od neke specificirane vrijednosti U_N je:

$$P(U \le U_N) = \int_0^{U_N} p_U(U)dU = \int_0^{U_N} \frac{U}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = 1 - e^{-\frac{U_N^2}{2\sigma^2}}$$

Dobijeni izraz predstavlja Rayleighevu raspodjelu koja je prikazana na slici:



Slika: Rayleigheva funkcija raspodjele vjerovatnoće

Srednja vrijednost amplitude U je:

$$\overline{U} = \int_0^{\infty} U p_U(U)dU = \int_0^{\infty} \frac{U^2}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma = 1{,}25\sigma$$

Srednja kvadratna vrijednost slučajne promjenljive U je:

$$\overline{U^2} = \int_0^\infty U^2 p_U(U) dU = \int_0^\infty \frac{U^3}{\sigma^2} e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}} dU = 2\sigma^2$$

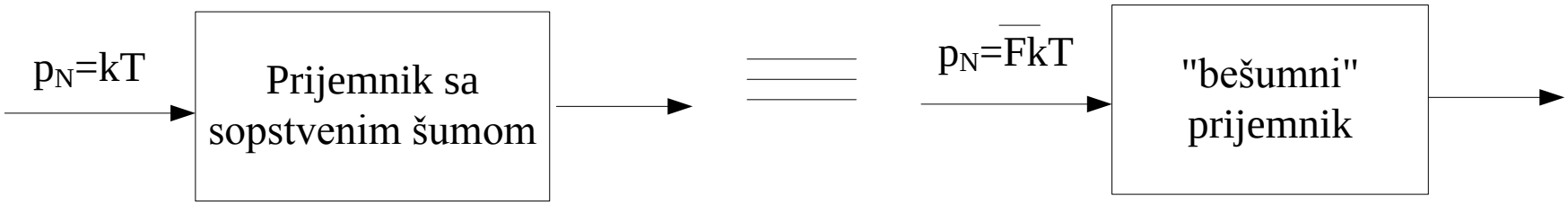
Efektivna vrijednost slučajne promjenljive U je:

$$U_{eff} = \sqrt{\overline{U^2}} = \sqrt{2}\sigma$$

Jasno je da parametri slučajnog procesa (srednja vrijednost i srednja kvadratna vrijednost) zavise od statističke raspodjele.

UTICAJ ŠUMA NA PRENOS ANALOGNIH SIGNALA

- Uticaj šuma koji se superponira signalu u analognim sistemima prenoa definiše se parametrom ***odnos signal-šum*** (S/N). On predstavlja odnos srednje snage signala i srednje snage šuma, na izlazu prijemnika.
- Odgovarajućom strukturom prijemnika može se uticati na ovaj odnos, koji treba biti što je moguće veći.
- Pretpostavimo da prijemnik ima faktor šuma $\overline{F}$ i da na ulazu prijemnika postoji aditivni bijeli Gausov šum. Šum prijemnika se može ekvivalentirati šumom na ulazu, tako da se prijemnik može smatrati "bešumnim".



$\overline{F} > 1$ Faktor šuma koji ekvivalentira ukupni šum sistema.

SISTEMI MODULACIJE I SLUČAJAN ŠUM

ODNOS SIGNAL/ŠUM

- Prisustvo šuma u telekomunikacionim sistemima je neizbježno, i uvijek degradira kvalitet ostvarene veze.
- Svaki sklop, u pogledu slučajnog šuma može da se okarakteriše bilo ***efektivnom temperaturom šuma na ulazu***, bilo ***faktorom šuma***. Na taj način, sklop postaje „bešuman”, ali se na njegovom ulazu nalazi ***ekvivalentan izvor šuma***.
- Koliko se u nekom telekomunikacionom sklopu pojača signal, toliko se pojača i šum. Naredni sklop dodaje svoj šum šumu prethodnog sklopa, pa pojačati sada signal znači opet pojačati i šum, itd.
- Jasno je da za jedan telekomunikacioni sistem na njegovom izlazu, u principu nije važno znati koliki je intenzitet samog signala ili samog šuma. Bitan je njihov ***odnos***, jer se on tokom prenosa od predajnika ka prijemniku degradira.

- Odnos signal/šum (*S/N*) predstavlja numerički kriterijum kojim se ocjenjuju performanse sistema u pogledu uticaja šuma na prenos signala.
- Uticaj šuma u raznim sistemima prenosa nije isti. Neki su više, a neki manje imuni na šum.
  - Potrebno je proučiti kako slučajan šum utiče na prenos signala pri različitim postupcima njihove obrade.
- Slučajan šum postoji na ulazu u predajnik i u samom predajniku, zatim na ulazu u prijemnik i u samom prijemniku. Nas interesuje da odredimo odnos signal/šum na izlazu iz prijemnika $(S/N)_i$.
- Odnos $(S/N)_i$ zavisi od odnosa signal/šum na ulazu u prijemnik $(S/N)_u$, kao i od primijenjenog postupka modulacije i demodulacije.
- Definišimo šta podrazumijevamo pod signalom na izlazu iz prijemnika, a šta na njegovom ulazu:
  - signal na izlazu biće preneseni signal
  - signal na ulazu u prijemnik je modulisani signal, a kako u nekim slučajevima samo dio spektra signala sadrži prenošenu poruku, od slučaja do slučaja je potrebno precizirati šta se podrazumijeva pod signalom na ulazu u prijemnik.

- U odnosu S/N, pod šumom se podrazumijeva raspoloživa srednja snaga šuma P_n, odnosno kvadrat efektivne vrijednosti napona slučajnog šuma. Kad je u pitanju signal, on je takođe slučajna veličina, ali za razne vrste prenošenih poruka različite su i veličine koje ga najbolje opisuju. Zato se pod signalom S u izrazu za odnos S/N na izlazu iz prijemnika uvijek podrazumijeva snaga test signala. Ovako definisan odnos S/N, pomoću test signala, mora da se dovede u vezu sa prenosom realnih poruka, što se postiže statističkim ispitivanjima.

- Kada je riječ o mjerenju odnosa S/N, srednja snaga šuma na izlazu iz sistema se lako mjeri, ali pri mjerenju srednje snage signala izmjeriće se suma srednjih snaga signala i šuma (pošto se šum ne može izdvojiti). Pošto je šum obično znatno manji od signala, izmjerena snaga se može smatrati snagom signala.